

実力テスト
発展

4章 比例と反比例
①関数, 比例



得点

点

- 1 次のア～エのうち、 y が x の関数であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

【20 点】

- ア x 歳の子どもの身長 y cm
イ 1 辺の長さが x cm の正五角形の周の長さ y cm
ウ 1200 m の道のりを分速 x m で進むときにかかる時間 y 分
エ 朝の気温が $x^{\circ}\text{C}$ のときの降水確率 $y\%$

考え方 2 つの変数 x, y があり、変数 x の値を決めると、それにもなつて変数 y の値もただ 1 つ決まるとき、「 y は x の関数である」という。アとエは y の値はただ 1 つに決まらない。

イ, ウ

- 2 次の問いに答えなさい。

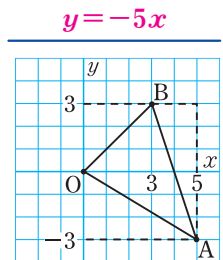
【20 点 $\times$ 2 = 40 点】

- (1) y は x に比例し、 $x = -4$ のとき $y = 20$ です。このとき、 y を x の式で表しなさい。

考え方 a を比例定数として、 $y = ax$ に $x = -4, y = 20$ を代入すると、
 $20 = a \times (-4)$ $a = -5$
よつて、 $y = -5x$

- (2) $A(5, -3), B(3, 3)$, 原点 O を頂点とする三角形 OAB の面積を求めなさい。
ただし、座標軸の 1 目もりの大きさを 1 cm とします。

考え方 点 A, B を図に示して考える。



12 cm²

- 3 右の図の①～④のグラフは、いずれも原点を通る直線で、 $A(4, 1)$ は

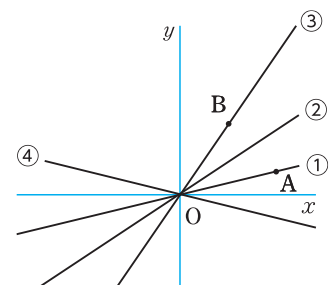
①のグラフ上、 $B(2, 3)$ は③のグラフ上の点です。 【20 点 $\times$ 2 = 40 点】

- (1) 直線②のグラフの式を、次の㉑～㉕の中から選び、記号で答えなさい。

㉑ $y = -\frac{1}{2}x$ ㉒ $y = \frac{3}{16}x$ ㉓ $y = \frac{2}{3}x$ ㉔ $y = \frac{7}{4}x$

考え方 直線①のグラフの式は $y = \frac{1}{4}x$, 直線③のグラフの式は $y = \frac{3}{2}x$

よつて、比例定数が $\frac{1}{4}$ より大きく $\frac{3}{2}$ より小さいものを選ぶ。



㉓

- (2) 直線①を x 軸について折り返すと、直線④と重なります。直線④の式を求めなさい。

考え方 ④のグラフの式の比例定数は、①のグラフの式の比例定数と絶対値が同じで符号が逆になるから、

$y = -\frac{1}{4}x$

$y = -\frac{1}{4}x$

実力テスト
発展

4章 比例と反比例
② 反比例



得点

点

1 次の問いに答えなさい。

[20点×3=60点]

- (1) y は x に反比例し、 $x=3$ のとき $y=6$ となります。このとき、 xy の値を求めなさい。

考え方 y は x に反比例するから、比例定数を a とすると、 $xy=a$ と表される。

$x=3$ のとき $y=6$ だから、 $a=xy=3 \times 6=18$

$$xy=18$$

- (2) 関数 $y=\frac{a}{x}$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq -\frac{1}{2}$ のとき、 y の変域が $2 \leq y \leq b$ となります。このとき、 a 、 b の値を求めなさい。

〈城北埼玉高〉

考え方 $x=-3$ のとき $y=2$ だから、 $2=\frac{a}{-3}$ より $a=-6$

$xy=-6$ に $x=-\frac{1}{2}$ 、 $y=b$ を代入すると、

$$-\frac{1}{2} \times b = -6 \quad b=12$$

$$a=-6, b=12$$

- (3) y は x に反比例し、 x の値が3から5まで増加するとき、 y の値は2だけ増加します。このとき、 y を x の式で表しなさい。

〈西南学院高〉

考え方 y は x に反比例するから、比例定数を a として、 $y=\frac{a}{x}$ と表される。

$x=3$ のとき $y=\frac{a}{3}$ 、 $x=5$ のとき $y=\frac{a}{5}$ で、

x の値が3から5まで増加するとき、 y の値は2だけ増加するから、

$$\frac{a}{5} - \frac{a}{3} = 2 \quad -\frac{2}{15}a = 2 \quad a = -15$$

$$y = -\frac{15}{x}$$

- 2 右の図の曲線アは反比例のグラフ ($x>0$) です。曲線アと関数 $y=6x$ のグラフとの交点をA、曲線アと関数 $y=\frac{2}{3}x$ のグラフとの交点をBとします。

点A、Bの x 座標がそれぞれ1、3であるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 曲線アの式を求めなさい。

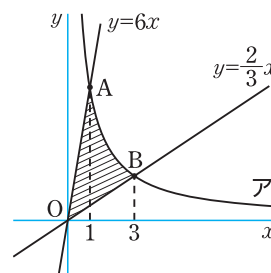
[20点×2=40点]

考え方 点Aの y 座標は $y=1 \times 6=6$

曲線アの式は、比例定数を a として、 $y=\frac{a}{x}$ と表せるから、

$$x=1, y=6 \text{ を代入すると、} 6=\frac{a}{1} \quad a=6$$

$$y=\frac{6}{x}$$



- (2) 直線OA、OBと曲線アで囲まれた図形(図の斜線部分)の内側にある点のうち、 x 座標と y 座標がともに整数であるものの個数を求めなさい。ただし、図形の周上にある点は除くものとします。

考え方 グラフで考える。 $x=1$ のとき、 $\frac{2}{3} < y < 6$ より 点(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)

$x=2$ のとき、 $\frac{4}{3} < y < 3$ より 点(2, 2)

6個

実力テスト
発展

4章 比例と反比例
③まとめの問題



得点

点

1 次の問いに答えなさい。

【20点×2=40点】

- (1) t は s に比例し、 $s=8$ のとき $t=-12$ です。 $t=-6$ となる s の値を求めなさい。

考え方 t は s に比例するから、比例定数を a として、 $t=as$ に $s=8$ 、 $t=-12$ を代入すると、

$$-12=a \times 8 \quad a=-\frac{3}{2}$$

$$t=-\frac{3}{2}s \text{ に } t=-6 \text{ を代入すると、} -6=-\frac{3}{2}s \quad s=4$$

$s=4$

- (2) y は $x+4$ に反比例し、 $x=2$ のとき $y=-2$ です。 $y=6$ のときの x の値を求めなさい。

考え方 $y=\frac{a}{x+4}$ に $x=2$ 、 $y=-2$ を代入すると、 $-2=\frac{a}{2+4} \quad a=-12$

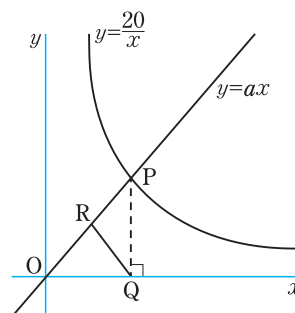
〈近畿大附広島高福山〉

$$y=\frac{-12}{x+4} \text{ に } y=6 \text{ を代入すると、}$$

$$6=\frac{-12}{x+4} \quad 6(x+4)=-12 \quad x+4=-2 \quad x=-6$$

$x=-6$

2 右の図のように、 $y=\frac{20}{x}$ のグラフと $y=ax$ のグラフが点Pで交わっています。点Pから x 軸に垂直にひいた線が x 軸と交わる点をQ、2点P、Oの中点をRとします。点Pの x 座標が4であるとき、次の問いに答えなさい。ただし、座標軸の1目もりの大きさを1cmとします。



- (1) a の値を求めなさい。

【20点×2=40点】

考え方 点Pは $y=\frac{20}{x}$ 上にあるから、 $y=\frac{20}{x}$ に $x=4$ を代入すると、 $y=\frac{20}{4} \quad y=5$

点P(4, 5)は $y=ax$ 上にあるから、 $y=ax$ に $x=4$ 、 $y=5$ を代入すると、

$$5=a \times 4 \quad a=\frac{5}{4}$$

- (2) 三角形OQRの面積を求めなさい。

考え方 点Pの x 座標は4だから、点Qの x 座標も4

点Pの y 座標は5だから、点Rの y 座標は $\frac{5}{2}$

$$\text{三角形OQRの面積は } \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{5}{2} = 5$$

5 cm^2

3 右の図で、①は $y=\frac{6}{x} (x>0)$ のグラフです。長方形ABCDの頂点Aは

①のグラフ上に、辺BCは x 軸上にあり、BCの長さは2です。また、①のグラフと辺CDとの交点をEとします。このとき、B(1, 0)とすると、三角形AEDの面積は長方形ABCDの面積の何倍か求めなさい。 【20点】

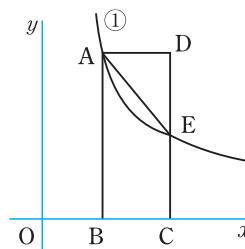
考え方 BCの長さが2で、B(1, 0)より、C(3, 0)

また、A(1, 6)、D(3, 6)、E(3, 2)

$$\text{三角形AEDの面積は } \frac{1}{2} \times 2 \times (6-2) = 4$$

$$\text{長方形ABCDの面積は } 2 \times 6 = 12$$

$$\text{よって、} 4 \div 12 = \frac{1}{3} \text{ (倍)}$$



$\frac{1}{3}$ 倍